Das Intergalaktische Medium

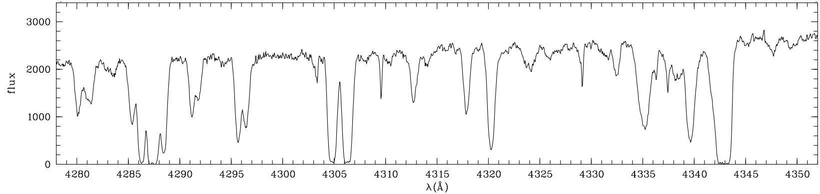
2 Beschreibung von Quasar-Absorptionslinien

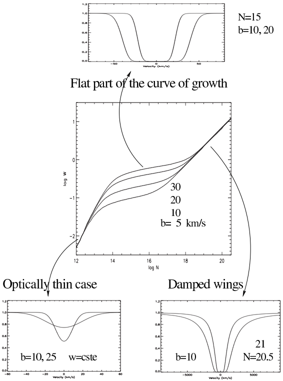
Cora Fechner

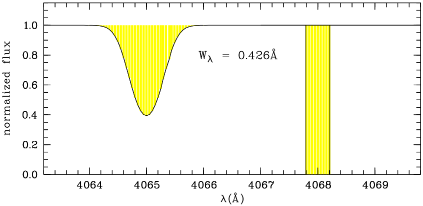
Universität Potsdam

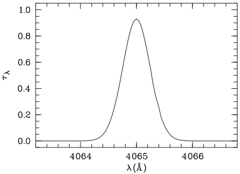
WS 2014/15

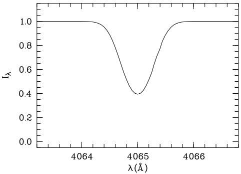
Beschreibung von Quasar-Absorptionslinien



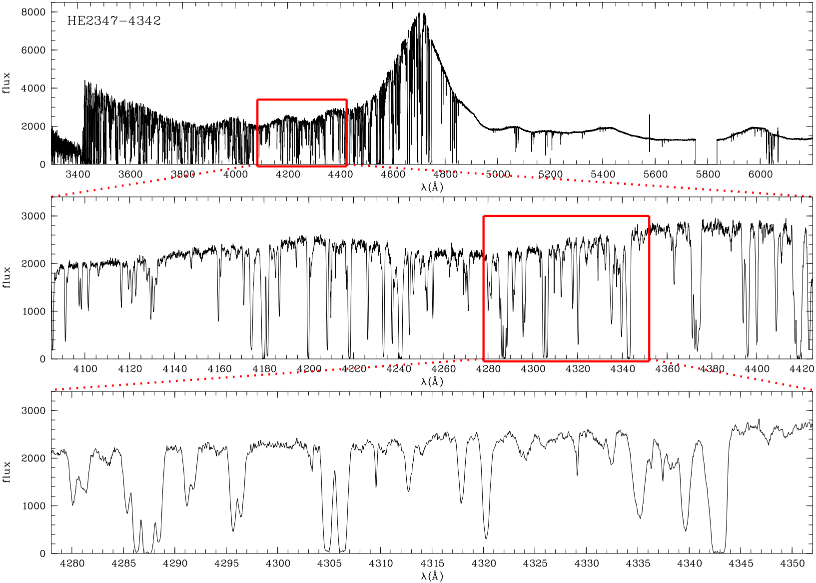








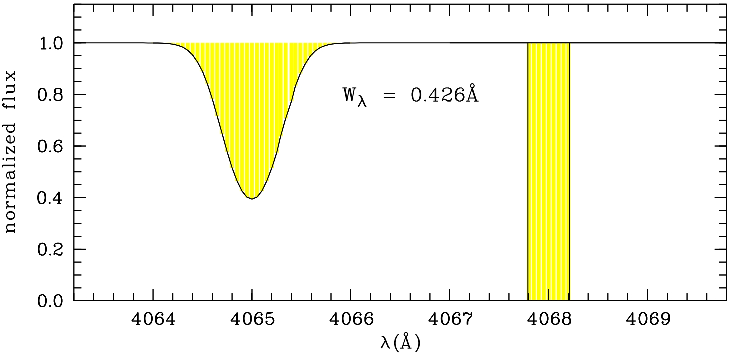
Quasar-Absorptionslinien



Äquivalentbreite

Breite des Streifens in einem normierten Spektrum, dessen Fläche genauso groß ist wie die der Absorptionslinie

$$W_\lambda = \int\limits_{\text{Linie}} \frac{F_\mathrm{cont} - F(\lambda)}{F_\mathrm{cont}}\,\mathrm{d}\lambda = \int\limits_{\text{Linie}} \left(1 - \frac{F(\lambda)}{F_\mathrm{cont}}\right)\,\mathrm{d}\lambda$$



Die Äquivalentbreite ist unabhängig von der spektralen Auflösung!

Einsteinkoeffizienten

- spontane Emission A_{ij}

$$\Delta n_i = -n_i A_{ij} \Delta t$$

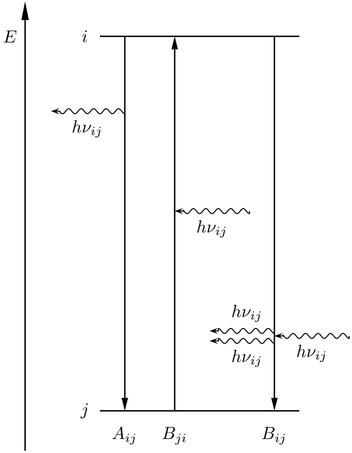
- induzierte Absorption B_{ji}

$$\Delta n_j = -n_j B_{ji} \bar{J} \Delta t$$

mit $$\bar{J} = \int \frac{d\omega}{4\pi} \int I_\nu \, \phi_\nu \, \mathrm{d}\nu$$

- stimulierte Emission B_{ij}

$$\Delta n_i = -n_i B_{ij} \bar{J} \Delta t$$



Profilfunktion Emission: $$\int_0^\infty \psi_\nu \, \mathrm{d}\nu = 1$$

Profilfunktion Absorption: $$\int_0^\infty \phi_\nu \, \mathrm{d}\nu = 1$$

$$(n_i A_{ij} + n_i B_{ij} \bar{J}) = n_j B_{ji} \bar{J}$$

Einsteinkoeffizienten

im thermodynamischen Gleichgewicht:

Strahlungsfeld: $$I_\nu = B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$ Planck-Funktion

$$\Rightarrow \bar{J} \simeq B_\nu \int_0^\infty \phi_\nu \, \mathrm{d}\nu = B_\nu$$

Besetzungszahlen: $$\frac{n_i}{n_j} = \frac{g_i}{g_j} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$ Boltzmann-Verteilung

außerdem $$(n_i A_{ij} + n_i B_{ij} \bar{J}) = n_j B_{ji} \bar{J}$$

$\Rightarrow$ $$\frac{g_j}{g_i}\frac{B_{ji}}{B_{ij}} = 1$$

$$\frac{A_{ij}}{B_{ij}} = \frac{2\,h\nu^3}{c^2}$$

unabhängig von der Annahme des thermischen Gleichgewichts!

Modell des harmonischen Oszillators

Elektron mit Feder am Atomkern natürliche Frequenz ω_0
spontane Emission = Abstrahlung aufgrund der beschleunigten Ladung Dämpfungskonstante γ

$$\text{Bewegungsgleichung:} \quad m_e \ddot{z} = -m_e \omega_0^2 z - m_e \gamma \dot{z}$$

$$\text{Lösung:} \quad z(t) = z_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\gamma t\right) \cos \omega_0 t$$

$$\text{Gesamtenergie:} \quad W(t) = W_0 \cdot \exp(-\gamma t) = W_0 \cdot \exp\left(-\frac{2}{3}\frac{e^2 \omega_0^2}{m_e c^3}\, t\right)$$

$$\Rightarrow \text{Dämpfungskonstante :} \quad \gamma = \frac{2}{3}\frac{e^2 \omega_0^2}{m_e c^3}$$

Dämpfungskonstante $\gamma \mathrel{\hat{=}} A$ Einsteinkoeffizient für spontane Emission

Atom im Strahlungsfeld

klassisch: harmonischer Oszillator mit Frequenz ω_0 in einem oszillierenden elektrischen Feld der Frequenz ω

Bewegungsgleichung: $$m_e\ddot{z} = -m_e\gamma\dot{z} - m_e\omega_0^2 z + e\,E_0\,e^{i\omega t}$$

spezielle Lösung: $$z = \frac{e}{m_e}\frac{E_0\,e^{i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$$

Dipolmoment: $$\vec{p} = e\cdot\vec{z} \qquad \text{bzw.} \qquad 4\pi Ne\vec{z}$$

dielektrische Konstante: $$\epsilon = 1 + \frac{4\pi Ne\vec{z}}{E} = 1 + 4\pi N\frac{e^2}{m_e}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$$

Brechungsindex: $$\mathcal{N} = \sqrt{\epsilon} = n - ik \quad \text{optische Konstanten}$$

$$\approx 1 + \left(\frac{2\pi Ne^2}{m_e}\right)\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}\right)$$

Absorption

Absorptionsindex: $k = \frac{2\pi N e^2}{m_e} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \gamma^2\omega^2}$

elektrisches Feld: $E = E_0 \exp\left(i\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\right) \quad \text{mit } v = \frac{c}{n - ik}$

Intensität: $I \propto EE^*$

$$= I_0 \exp\left(-\frac{2k\omega z}{c}\right) = I_0 \exp\left(-\kappa_\nu z\right)$$

$$\Rightarrow \qquad \kappa_\nu = \frac{2k\omega}{c} = \frac{4\pi N e^2}{m_e c} \frac{\gamma\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$\kappa_\nu \approx N \frac{\pi e^2}{m_e c} \underbrace{\frac{\frac{\gamma}{4\pi^2}}{(\nu_0 - \nu)^2 + \left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2}}_{\text{Lorentz-Profil}}$$

Lorentz-Profil

atomarer Absorptionskoeffizient:

$$a_\nu = \frac{\kappa_\nu}{N}$$

totaler atomarer Absorptionskoeffizient:

$$\begin{aligned} a &= \int_0^\infty a_\nu \,\mathrm{d}\nu \\ &= \frac{\pi e^2}{m_e c} \int_0^\infty \frac{\frac{\gamma}{4\pi^2}}{(\nu_0 - \nu)^2 + \left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2} \,\mathrm{d}\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} \end{aligned}$$

Linienprofil ϕ_ν definiert durch $a_\nu = a \cdot \phi_\nu$:

$$\phi_\nu = \frac{\frac{\gamma}{4\pi^2}}{(\nu_0 - \nu)^2 + \left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2} \qquad \text{Lorentz-Profil}$$

Oszillatorstärke

pro Atom sind mehrere Übergänge jeweils mit Frequenz ν_0 möglich
Annahme: System aus mehreren Federn mit Beitrag f

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} \cdot f \cdot \phi_\nu \qquad \text{Oszillatorstärke}$$

Zusammenhang mit den Einsteinkoeffizienten:

$$\kappa_\nu = \frac{h\nu}{4\pi}(n_j B_{ji}\phi_\nu - n_i B_{ij}\psi_\nu)$$

$$A_{ij} = \frac{g_j}{g_i}\frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{m_e c^3} f_{ji}$$

$$\Rightarrow \quad a_\nu = \left(1 - \frac{g_j n_i}{g_i n_j}\right)\frac{\pi e^2}{m_e c} f_{ji}\phi_\nu$$

semi-klassisch mit zeitabhängiger Störungsrechnung:

$$f_{ji} = \frac{8\pi^2 m_e \nu_{ij}}{3he^2}\left|\langle\phi_i|e\vec{r}|\psi_j\rangle\right|^2 = \frac{4}{3}\frac{\frac{1}{2}m_e\left(\omega_{ij}\left|\langle\psi_i|\vec{r}|\psi_j\rangle\right|\right)^2}{h\nu_{ij}} = \frac{E_{\mathrm{kin},\,e^-}}{E_\gamma}$$

Natürliche Linienbreite

Intensitätsänderung proportional zum Absorptionskoeffizienten

$$\kappa_\nu = n \left(\frac{\pi e^2}{m_e c} \right) \frac{\frac{\gamma}{4\pi^2}}{(\Delta\nu)^2 + \left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2} \qquad \text{Lorentz-Profil}$$

halbe Linienintensität bei

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{\gamma}{4\pi} = \frac{2}{3} \frac{\pi e^2}{m_e c^3} \nu_0 \simeq 2 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{s} \cdot \nu_0$$

$$\Delta\lambda_{1/2} = \frac{c}{\nu^2} \Delta\nu_{1/2} = \frac{2}{3} \frac{\pi e^2}{m_e c^2} \simeq 5.9 \cdot 10^{-5}\,\text{Å}$$

$$\mathrm{FWHM} = 2 \cdot \Delta\lambda_{1/2} = 0.000118\,\text{Å} \qquad \text{natürliche Linienbreite}$$

QM: Unschärferelation $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$

$\Rightarrow$ endliche Lebensdauer, endlich breites Energieniveau

$\Rightarrow$ endliche Linienbreite $\qquad \gamma \xrightarrow[\mathrm{QM}]{} \Gamma_{ij} = \sum_{k<j} A_{jk} + \sum_{k<i} A_{ik}$

Doppler-Verbreiterung

thermische Geschwindigkeiten $v_z = v$ der Atome in der Gaswolke
$\Rightarrow$ Doppler-Verschiebung entlang der Sehlinie

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c}$$

Geschwindigkeiten bei Temperatur T: Maxwellverteilung

$$\frac{n(v)\,\mathrm{d}v}{n} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{b^2}\right) \frac{dv}{b} \qquad \text{mit } b^2 = \frac{2kT}{m} = b_{\mathrm{th}}^2$$

Stärke der Absorption bei $\nu \propto$ Anzahl der Atome mit v:

$$\frac{(I_{\mathrm{cont}} - I_\nu)\,\mathrm{d}\nu}{\int\limits_{\mathrm{Linie}} (I_{\mathrm{cont}} - I_\nu)\,\mathrm{d}\nu} = \frac{n(v)\,\mathrm{d}v}{n} = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,b} \exp\left(-\frac{v^2}{b^2}\right) \mathrm{d}v$$

Dopplerbreite

Dopplerbreite $\Delta\nu_\mathrm{D}$ bzw. $\Delta\lambda_\mathrm{D}$ definiert als

$$\frac{\Delta\nu_\mathrm{D}}{\nu_0} = \frac{\Delta\lambda_\mathrm{D}}{\lambda_0} = \frac{b}{c} = \sqrt{\frac{2kT}{mc^2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\mathrm{D}} = \frac{v}{b} \qquad \text{wegen} \quad \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{v}{c}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(I_\mathrm{cont} - I_\nu)\,\mathrm{d}\nu}{\int\limits_\mathrm{Linie} (I_\mathrm{cont} - I_\nu)\,\mathrm{d}\nu} = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,\Delta\nu_\mathrm{D}} \exp\left(-\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\mathrm{D}}\right)^2\right)\mathrm{d}\nu$$

normalisiertes Linienprofil:

$$\phi_\nu = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,\Delta\nu_\mathrm{D}} \exp\left(-\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\mathrm{D}}\right)^2\right) \qquad \text{Doppler-Profil}$$

Dopplerbreite

Linienzentrum:

$$\phi_\nu(\Delta\nu = 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,\Delta\nu_\mathrm{D}}$$

halbe Linienintensität bei

$$\phi_\nu(\Delta\nu_{1/2}) = \frac{1}{2}\,\phi_\nu(\Delta\nu = 0)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\nu_{1/2} = \Delta\nu_\mathrm{D}\sqrt{\ln 2}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{FWHM} = 2 \cdot \Delta\nu_{1/2} = \Delta\nu_\mathrm{D} \cdot 2\sqrt{\ln 2}$$

Voigt-Profil

Lorentz-Profil mit Dämpfungskonstante Γ:

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} f \frac{\Gamma}{4\pi^2} \frac{1}{\left(\nu_0 + \frac{v}{c}\nu_0 - \nu\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2}$$

Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung $\kappa_\nu = \int_{-\infty}^{\infty} a_\nu n(v) \mathrm{d}v$

$\Rightarrow \kappa_\nu$ ist die Summe über die Lorentz-Profile der Atome

$$\Rightarrow \quad a_\nu = \frac{\kappa_\nu}{n} = \left(\frac{\pi e^2}{m_e c}\right) \left(\frac{f}{\Delta\nu_\mathrm{D}}\right) \left(\frac{a}{\pi^{3/2}}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(u-y)^2 + a^2} \mathrm{d}y$$

$$= a_1 \cdot H(a, u)$$

$$\text{mit} \quad y = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\mathrm{D}}, \qquad u = \frac{\nu - \nu_\mathrm{D}}{\Delta\nu_\mathrm{D}}, \qquad a = \frac{\Gamma/4\pi}{\Delta\nu_\mathrm{D}}$$

$$a_1 = \frac{\pi e^2}{m_e c} f \frac{1}{\Delta\nu_\mathrm{D}\sqrt{\pi}} \quad \text{und} \quad \underbrace{H(a, u) = \left(\frac{a}{\pi}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(u-y)^2 + a^2} \mathrm{d}y}_{\text{Voigt-Hjerting-Funktion}}$$

Voigt-Profil = Faltung von Lorentz- und Doppler-Profil

Voigt-Profil: Grenzfall Linienzentrum

Linienzentrum: $\nu = \nu_0 \Rightarrow u \to 0$

- Integral der Voigt-Funktion dominiert von $y \approx u$:

$$H(a,u) \simeq \left(\frac{a}{\pi}\right) e^{-u^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}y}{y^2 + a^2} = e^{-u^2}$$

- gaußförmiges Linienprofil in der Linienmitte (Doppler-Kern):

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} f \, \frac{1}{\Delta\nu_\mathrm{D}\sqrt{\pi}} \cdot \exp\left(-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_\mathrm{D}}\right)^2\right)$$

Voigt-Profil: Grenzfall Linienflügel

Linienflügel: $u \gg 1$

- Integral der Voigt-Funktion dominiert von $y \sim 0$:

$$H(a, u) = \simeq \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{u^2} \, \mathrm{d}y = \frac{a}{\sqrt{\pi} u^2}$$

- Linienprofil der Flügel Grenzfall des Lorentz-Profils (Dämpfungsflügel):

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} \, f \, \frac{\Gamma}{4\pi^2} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2}$$

Zusammenfassung: Linienprofile

Intensität: $I_\lambda = I_{\text{cont}} \cdot e^{-\tau_\lambda}$

optische Tiefe: $\tau_\lambda = \int\limits_{\text{Absorber}} \kappa_\lambda(s)\,\mathrm{d}s$

Absorptionskoeffizient:

$$\kappa_\lambda = \frac{\pi e^2}{m_e c}\, f\, \frac{\lambda_0^2}{\sqrt{\pi}\Delta\lambda_{\text{D}} c}\, n(s) \cdot H(a,u)$$

$$\Delta\lambda_{\text{D}} = \frac{b}{c}\,\lambda_0 \qquad = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c}\, f\, \frac{\lambda_0}{b}\, n(s) \cdot H(a,u)$$

Voigt-Hjerting-Funktion: $H(a,u) = \frac{a}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(u-y)^2 + a^2}\,\mathrm{d}y$

mit $u = \frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_{\text{D}}}$, $y = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{\text{D}}}$, $a = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\lambda_0^2}{c\,\Delta\lambda_{\text{D}}} = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\lambda_0}{b}$

Doppler-Grenzfall: $H(a,u) \xrightarrow[u\to 0]{} e^{-u^2} = \exp\left(-\left(c\frac{(\lambda-\lambda_0)}{b\,\lambda_0}\right)^2\right)$

Zusammenfassung: Linienprofile

optische Tiefe im Doppler-Grenzfall:

$$\begin{aligned}
\tau_\lambda &= \int_{\text{Absorber}} \kappa_\lambda(s)\,\mathrm{d}s \\
&= \frac{\sqrt{\pi}e^2}{m_e c}\, f\, \frac{\lambda_0}{b} \int n(s)\cdot H(a,u)\,\mathrm{d}s \\
&= \frac{\sqrt{\pi}e^2}{m_e c}\, f\, \frac{\lambda_0}{b} \cdot \underbrace{\exp\left(-\left(c\frac{(\lambda-\lambda_c)}{b\,\lambda_c}\right)^2\right)}_{\text{Geschwindigkeiten ortsunabhängig}} \underbrace{\int n(s)\,\mathrm{d}s}_{=N} \\
&= \frac{\sqrt{\pi}e^2}{m_e c}\, f\, \frac{\lambda_0}{b}\, N \cdot \exp\left(-\left(c\frac{(\lambda-\lambda_0(1+z))}{b\,\lambda_0(1+z)}\right)^2\right)
\end{aligned}$$

$$I_\lambda = I_{\text{cont}} \cdot e^{-\tau_\lambda}$$

Linienparameter

- Rotverschiebung z

$$1 + z = \frac{\lambda_c}{\lambda_0}$$

  - λ_c: beobachtete zentrale Wellenlänge
  - λ_0: Ruhewellenlänge des betrachteten Übergangs

- Säulendichte N

$$N = \int_{\text{Absorber}} n(s)\,\mathrm{d}s \qquad [N] = \mathrm{cm}^{-2}$$

über die Ausdehnung des Absorbers entlang der Sehlinie integrierte Teilchendichte

- Doppler-Parameter b

$$b = \sqrt{b_{\text{therm}}^2 + b_{\text{turb}}^2} = \frac{\text{FWHM}}{2\sqrt{\ln 2}} \qquad [b] = \mathrm{km\,s}^{-1}$$

mit

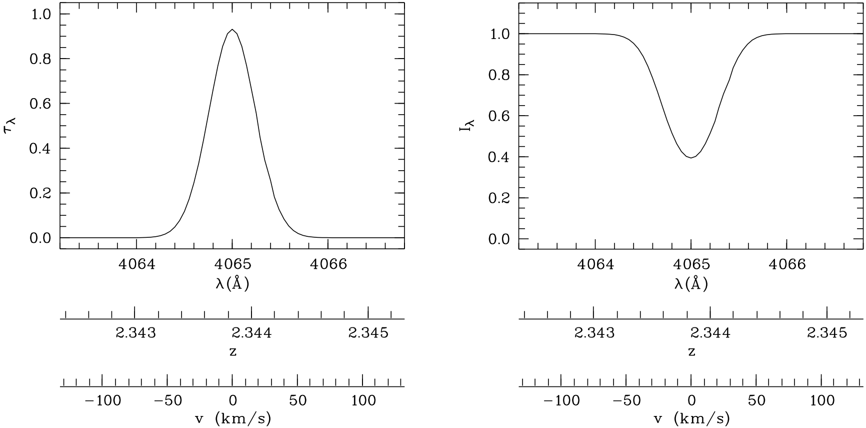
$$b_{\text{therm}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Doppler-Profil

H I Lyα: $\lambda_0 = 1215.6700\,\text{Å}$, $f = 0.4164$
(Morton 2003; ApJS 149, 205)

$$\tau_\lambda = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{m_e c}\, f\, \frac{\lambda_0}{b}\, N \cdot \exp\left(- \left(c \frac{(\lambda - \lambda_0(1+z))}{b\,\lambda_0(1+z)} \right)^2 \right) \qquad I_\lambda = I_{\rm cont} \cdot e^{-\tau_\lambda}$$

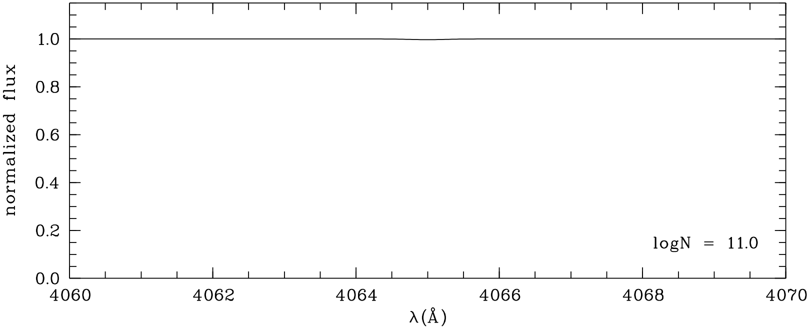
Linienparameter: $z = 2.3438$, $\log N = 13.5$, $b = 25.0\,\mathrm{km\,s^{-1}}$



Linienprofile

H I Lyα: $\lambda_0 = 1215.6700\,\text{Å},\ f = 0.4164,\ \Gamma = 6.265 \cdot 10^8\,\text{s}^{-1}$

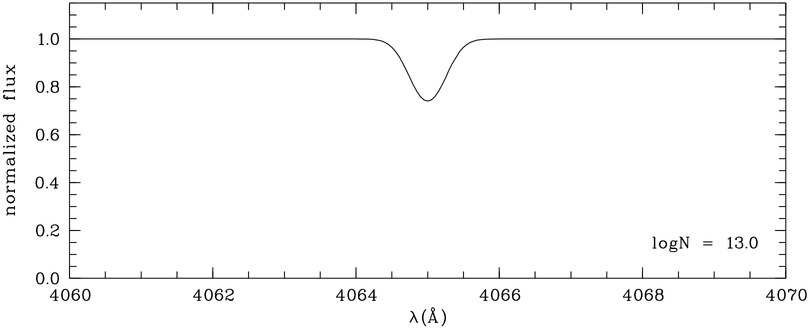
$z = 2.3438,\ b = 25.0\,\text{km}\,\text{s}^{-1}$



Linienprofile

H I Lyα: $\lambda_0 = 1215.6700\,\text{Å},\ f = 0.4164,\ \Gamma = 6.265 \cdot 10^8\,\text{s}^{-1}$

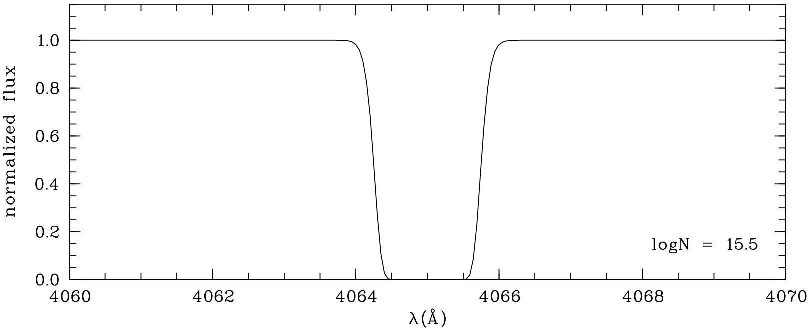
$z = 2.3438,\ b = 25.0\,\text{km}\,\text{s}^{-1}$



Linienprofile

H I Lyα: $\lambda_0 = 1215.6700\,\text{Å},\ f = 0.4164,\ \Gamma = 6.265 \cdot 10^8\,\text{s}^{-1}$

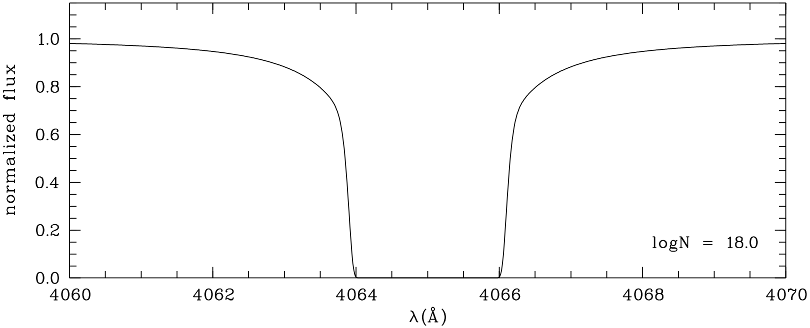
$z = 2.3438,\ b = 25.0\,\text{km}\,\text{s}^{-1}$



Linienprofile

H I Lyα: $\lambda_0 = 1215.6700\,\text{Å},\ f = 0.4164,\ \Gamma = 6.265 \cdot 10^8\,\text{s}^{-1}$

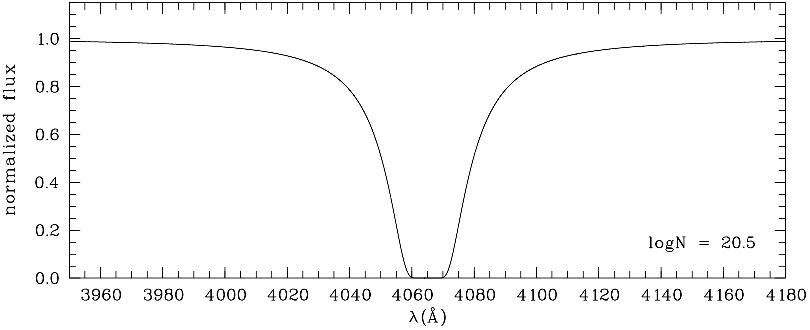
$z = 2.3438,\ b = 25.0\,\text{km}\,\text{s}^{-1}$



Linienprofile

H I Lyα: $\lambda_0 = 1215.6700\,\text{Å},\ f = 0.4164,\ \Gamma = 6.265 \cdot 10^8\,\text{s}^{-1}$

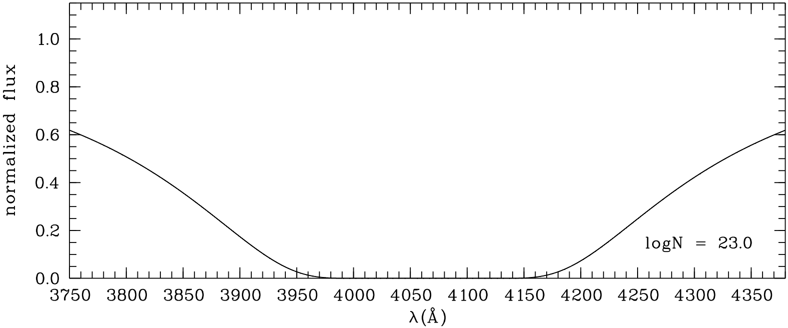
$z = 2.3438,\ b = 25.0\,\text{km}\,\text{s}^{-1}$



Linienprofile

H I Lyα: $\lambda_0 = 1215.6700\,\text{Å},\ f = 0.4164,\ \Gamma = 6.265 \cdot 10^8\,\mathrm{s}^{-1}$

$z = 2.3438,\ b = 25.0\,\mathrm{km\,s}^{-1}$



Wachstumskurve

Zusammenhang zwischen Säulendichte und Äquivalentbreite:

$$W_\lambda = \int \left(1 - e^{-\tau_\lambda}\right) \mathrm{d}\lambda$$

$$\text{mit } \tau_\lambda = \frac{\sqrt{\pi}\, e^2}{m_e c}\, f\, \frac{\lambda_0}{b}\, N \cdot H(a, u)$$

$$\text{mit } H(a, u) = \frac{a}{\pi} \int \frac{e^{-y^2}}{(u - y)^2 + a^2}\, \mathrm{d}y$$

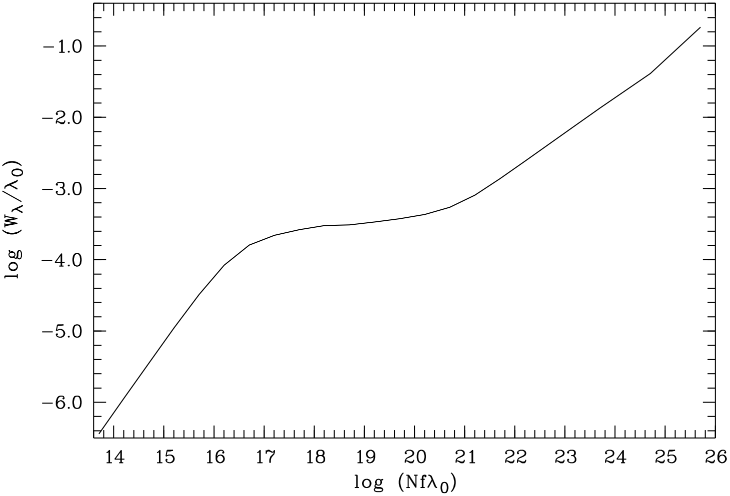
$$\text{mit } a = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\lambda_0}{b}\,, \quad u = \frac{c}{b} \frac{(\lambda - \lambda_0)}{\lambda_0}\,, \quad y = \frac{v}{b}$$

Äquivalentbreite ist rotverschiebungsabhängig:

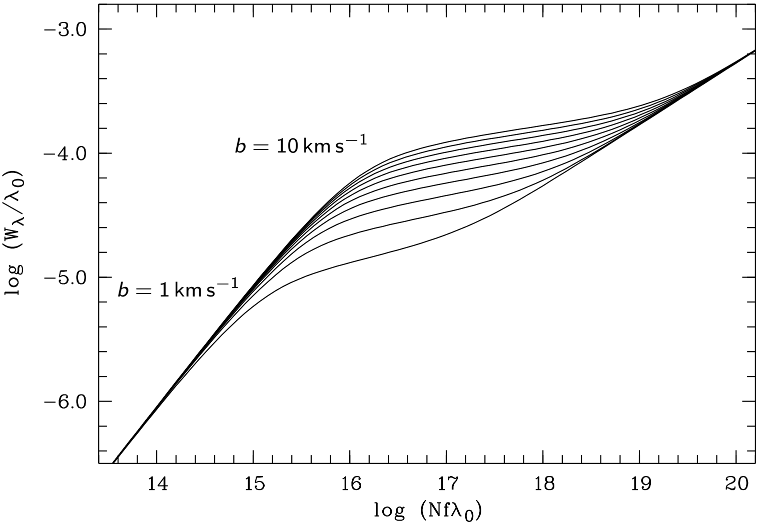
$$W_\lambda = \frac{W_\lambda(z)}{(1 + z)}$$

Wachstumskurve

Beispiel: H I Lyα $b = 25.0\,\mathrm{km\,s^{-1}}$



Wachstumskurve: Doppler-Parameter



Wachstumskurve: Grenzfälle

- $\tau \ll 1$, Doppler-Profil $W_\lambda \propto N$

$$W_\lambda = \int \left(1 - e^{-\tau_\lambda}\right) \mathrm{d}\lambda \approx \int \tau_\lambda \, \mathrm{d}\lambda = \frac{\pi e^2}{m_e c^2} \, f \, \lambda_0^2 N$$

$$\Leftrightarrow \frac{W_\lambda}{\lambda_0} = \frac{\pi e^2}{m_e c^2} \, N \, f \, \lambda_0$$

- $\tau \gg 1$, Dämpfungsflügel $W_\lambda \propto \sqrt{N}$

$$W_\lambda = \int \left(1 - \exp\left(\frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c^2} \, f \, \frac{\lambda_0}{b} \, N \cdot H(a,u)\right)\right) \mathrm{d}\lambda$$

$$= \sqrt{\frac{\Gamma \, e^2}{m_e c^3} \, N \, f \cdot \lambda_0^2} \qquad H(a,u) = \frac{a}{\sqrt{\pi} \, u^2}$$

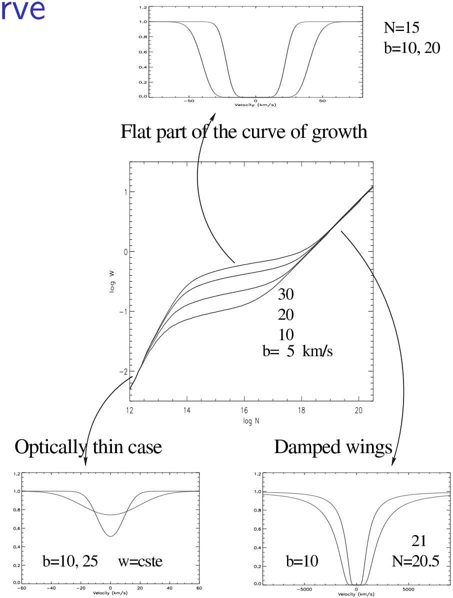
$$\Leftrightarrow \frac{W_\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{\Gamma \, e^2 \lambda_0}{m_e c^3}} \, \sqrt{N \, f \, \lambda_0}$$

- $\tau \sim 1$, keine analytische Integration möglich $W_\lambda \propto \log N$

Näherungsformel führt auf $\dfrac{W_\lambda}{\lambda_0} \propto \log\left(N \, f \, \lambda_0\right)$

Wachstumskurve

$$\frac{W_\lambda}{\lambda_0} \propto \log\left(N\, f\, \lambda_0\right)$$



$$\frac{W_\lambda}{\lambda_0} \propto N\, f\, \lambda_0$$

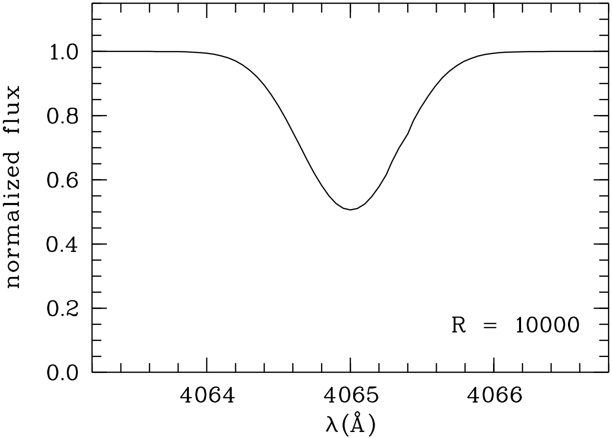
$$\frac{W_\lambda}{\lambda_0} \propto \sqrt{N\, f\, \lambda_0}$$

Petitjean (1998; arXiv:astro-ph9810418)

Instrumentelle Auflösung

beobachtet wird $F(\lambda) = F_0 \cdot e^{-\tau_\lambda} \otimes P(\lambda)$, Instrumentenprofil $P(\lambda)$

$$P(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{\lambda}{2\sqrt{2\ln 2}\,R} \quad \text{und} \quad R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$



W_λ ist unabhängig von R!

Instrumentelle Auflösung: Beispiel COS

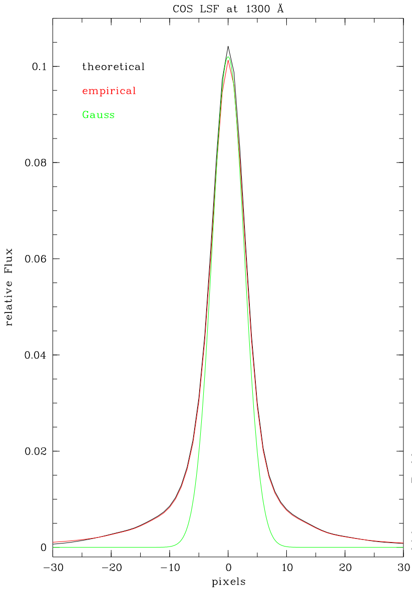


Abb. von P. Herenz

- Linienverbreiterungsfunktion des *Cosmic Origin Spectrograph*s (COS) am *Hubble Space Telescope* ist nicht gaußförmig!
- Beobachtete Linienprofile werden verzerrt.
- Form der Linienverbreiterungsfunktion (*Line Spread Function*, LSF) ist wellenlängenabhängig.

Gunn-Peterson optische Tiefe

neutraler Wasserstoff absorbiert

$$\mathrm{d}\tau = n_{\mathbf{H}\,\mathrm{I}}(z) \cdot \sigma(\nu)\,\mathrm{d}l \qquad \text{mit} \quad \sigma(\nu) = a_\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c}\, f \cdot \phi_\nu$$

$$\tau = \int_0^{z_\mathrm{em}} \mathrm{d}\tau = \int_0^{z_\mathrm{em}} n(z) \cdot \sigma\left(\nu \cdot (1+z)\right) \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}z}\,\mathrm{d}z$$

$$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}z} = \frac{c}{(1+z) \cdot H(z)} \quad \text{mit } H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_\mathrm{m}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}$$

$$\Rightarrow \quad \tau = \int_0^{z_\mathrm{em}} \frac{\pi e^2}{m_e}\, f\, \frac{n}{(1+z) \cdot H(z)} \cdot \phi\left(\nu(1+z) - \nu_\alpha\right) \mathrm{d}z$$

$$\tau_\mathrm{GP} = \frac{\pi e^2}{m_e c}\, f\, \lambda_0\, n(z)\, H^{-1}(z)$$

$$\approx 4.146 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^3\, h^{-1} \frac{n_{\mathbf{H}\,\mathrm{I}}(z)}{\sqrt{\Omega_\mathrm{m}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}$$

Anteil neutralen Wasserstoffs

$$\tau_{\mathrm{GP}} = \frac{\pi e^2}{m_e c} f \lambda_0 n(z) H^{-1}(z)$$
$$\approx 4.146 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^3\,h^{-1} \frac{n_{\mathbf{H}\,\mathrm{I}}(z)}{\sqrt{\Omega_{\mathrm{m}}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}$$

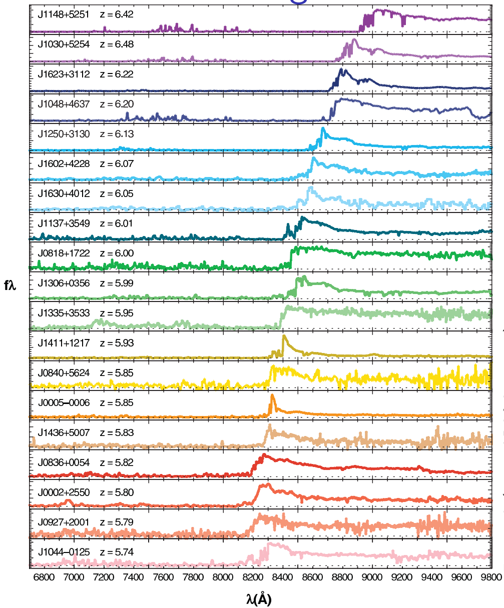
$$n_{\mathrm{H}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \Omega_{\mathrm{b}} \frac{1-Y}{m_{\mathrm{H}}} (1+z)^3$$

$$\Rightarrow \tau_{\mathrm{GP}} = \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{3H_0^2}{8\pi G m_{\mathrm{H}}} f \lambda_0 \Omega_{\mathrm{b}} (1-Y) \frac{n_{\mathbf{H}\,\mathrm{I}}}{n_{\mathrm{H}}} \frac{(1+z)^3}{H_0 \sqrt{\Omega_{\mathrm{m}}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}$$
$$\approx 3.56 \cdot 10^3 \left(\frac{h}{0.7}\right) \left(\frac{\Omega_{\mathrm{b}}}{0.0458}\right) \left(\frac{1-Y}{0.75}\right) \frac{n_{\mathbf{H}\,\mathrm{I}}}{n_{\mathrm{H}}} \frac{(1+z)^3}{\sqrt{\Omega_{\mathrm{m}}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}$$

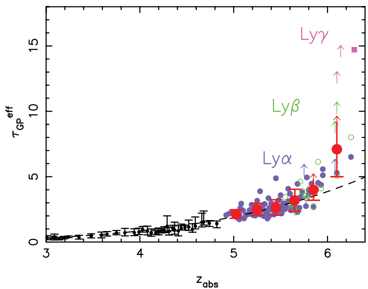
$$\tau_{\mathrm{GP}}(z \sim 5) < 0.1 \quad \Rightarrow \quad \frac{n_{\mathbf{H}\,\mathrm{I}}}{n_{\mathrm{H}}} \simeq 10^{-6}$$

Das IGM ist hochgradig ionisiert!

Gunn-Peterson-Tröge bei $z \sim 6$

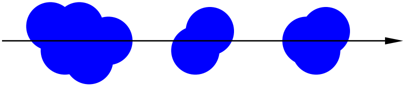


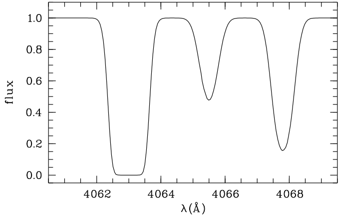
Fan et al. (2006; ARA&A 44, 415)



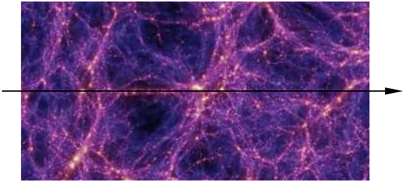
Fan et al. (2006; AJ 132, 117)

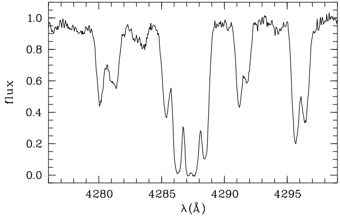
Fluktuierende Gunn-Peterson-Näherung





diskrete Absorber $\Rightarrow$ ein Voigt-Profil pro Absorber





gleichmäßig verteiltes Gas mit Dichteschwankungen in $n_{\mathbf{H}\,\mathrm{I}}$ $\Rightarrow$ jedes Gaselement macht Gunn-Peterson-Absorption

Scheinbare optische Tiefe *Apparent Optical Depth*

beobachtet wird $\tau_\mathrm{a}(\lambda) = \ln\left(\frac{I_\mathrm{cont}(\lambda)}{I_\mathrm{obs}(\lambda)}\right) = \ln\left(\frac{1}{e^{-\tau(\lambda)} \otimes \phi(\Delta\lambda)}\right)$

$\tau_\mathrm{a}(\lambda) \approx \tau(\lambda)$, wenn

- Auflösung besser als Linienbreite $\mathrm{FWHM}_\mathrm{Linie} \gg \mathrm{FWHM}_\phi$
- Signal-zu-Rausch-Verhältnis genügend groß
- Kontinuum gut definiert

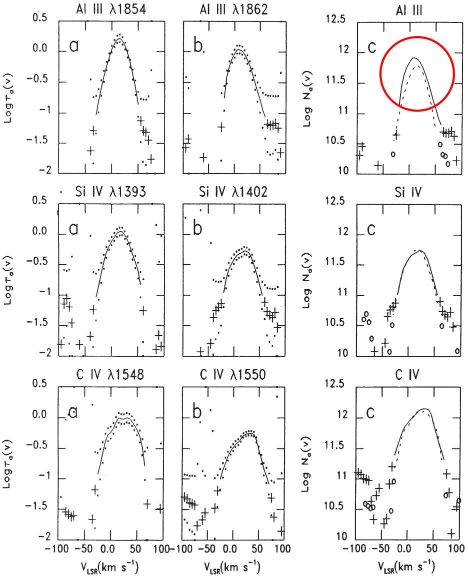
$$\tau(\lambda) = \frac{\pi e^2}{m_e c^2} f \lambda_0^2 N(\lambda)$$

$$\tau(v) = \frac{\pi e^2}{m_e c} f \lambda_0 N(v) = 2.654 \cdot 10^{-15} f \left(\frac{\lambda_0}{\text{Å}}\right) \left(\frac{N(v)}{\mathrm{cm}^{-2}\,(\mathrm{km\,s}^{-1})^{-1}}\right)$$

$$\Rightarrow N = \int N(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda = \int N(v)\,\mathrm{d}v = \frac{m_e c}{\pi e^2 f \lambda_0} \int \ln\left(\frac{I_\mathrm{cont}(v)}{I(v)}\right) \mathrm{d}v$$

keine Annahmen über die Geschwindigkeitsverteilung im Gas

Säulendichte-Profile mit der scheinbaren optischen Tiefe



Unterschiede im $N_a(v)$-Profil

→ Linie gesättigt!

Savage & Sembach (1991; ApJ 379, 245)

Zusammenfassung: Beschreibung von Absorptionslinien

- Anpassen von Linienprofilen Voigt = Doppler $\otimes$ Lorentz
  - Rotverschiebung z
  - Säulendichte N
  - Doppler-Parameter b
- Wachstumskurve Bestimmung der Äquivalentbreite
  - (Rotverschiebung z)
  - Säulendichte N
  - ggf. Doppler-Parameter b
- Interpretation als Gunn-Peterson-Effekt
  - Dichte- und Geschwindigkeitsverteilung
    normalerweise nicht aus dem Spektrum bestimmbar
- scheinbare optische Tiefe
  - (Rotverschiebung z)
  - Säulendichte N